

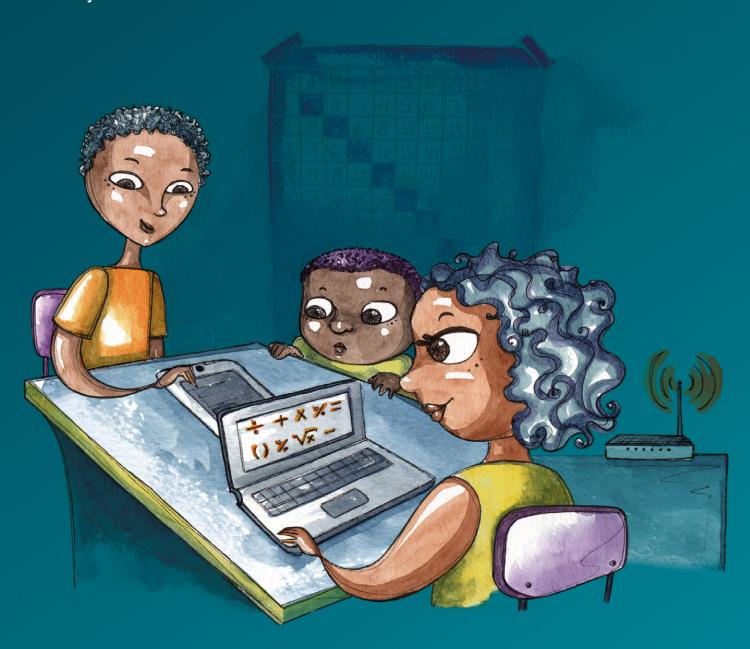


**Escolas Rurais Conectadas** 

Coleção: Classes Multisseriadas em Escolas do Campo

# Matemática\_

Fundação Telefônica



## Por Priscila Monteiro

Coleção: Classes Multisseriadas em Escolas do Campo

# Matemática

1ª Edição

Idealização:

Telefonica vivo

Fundação Telefônica



São Paulo Fundação Victor Civita 2015 Idealização:

Diretora Pedagógica:

Fundação Telefônica Vivo

Giovana Cristina Zen

Diretora Presidente:

Coordenação Administrativa:

Gabriella Bighetti

Ludmila Meira

Educação e Aprendizagem:

Comunicação:

Milada Tonarelli Gonçalves Fernanda Viana Gobbo Jaber

Ananda Azevedo

Fu Kei Lin

Publicação:

Nayara Magri Romero

Fundação Victor Civita

Weronica Gorska Miranda

Renata Mandelbaum Altman

Diretora Executiva:

Comunicação:

Anna Paula Pereira Nogueira

Angela Cristina Dannemann

Luanda de Lima Sabença

Coordenadora Pedagógica:

Regina Scarpa

Realização:

Instituto Chapada de Educação e Pesquisa (ICEP)

Marketing:

Caroline Venturelli Rêgo

Diretora Executiva e Presidente:

Juliana Coqueiro Costa

Cybele Amado

Projetos:

Secretária Executiva e Vice-Presidente:

Mauro Morellato

Claudia Vieira

João Augusto Gomes da Silva

Monteiro Priscila

Matemática / Priscila Monteiro. São Paulo: Fundação Victor Civita, 2015. (Coleção Classes Multisseriadas em Escolas do Campo; v.6)

ISBN 978-85-88988-37-8 ISBN Coleção 978-85-88988-31-6

Idealização: Fundação Telefônica Vivo

Realização: Instituto Chapada de Educação e Pesquisa (ICEP)

1.Ensino – matemática 2.Práticas pedagógicas – classes multisseriadas 3. Aprendizagem – matemática 4. Programa Escolas Rurais Conectadas I. Título II. Fundação Victor Civita III. Série

CDD- 370

CDD- 370.72



Esta obra é licenciada com uma licença Creative Commons Atribução-NãoComercial 4.0 Internacional.

# Prefácio

A Fundação Telefônica Vivo é parte do Grupo Telefônica e atua como uma Fundação Digital, fazendo da tecnologia e da inovação importantes aliados na busca por novas respostas para os desafios do mundo contemporâneo.

Acreditamos no poder transformador da educação e apostamos em projetos que estimulem o uso de metodologias inovadoras de ensino e aprendizagem, contribuindo para o desenvolvimento de crianças e jovens e preparando-os para o mundo conectado. Um exemplo dessa atuação é o **Programa Escolas** Rurais Conectadas, cujo objetivo é impulsionar processos educacionais inovadores nas escolas do campo, disponibilizando, além da infraestrutura tecnológica, formação docente, metodologias e conteúdos diferenciados e implementando laboratórios de experimentação digital em alguns territórios.

Em contextos rurais, as classes multisseriadas são uma realidade enfrentada pelos educadores. Essas classes, com estudantes de diferentes idades e séries, têm sido uma importante solução para atender aos estudantes do campo que, organizados de forma heterogênea, podem trocar experiências e aprender com colegas de outras idades. Para o educador, atuar em uma classe multisseriada é uma oportunidade de exercitar, todos os dias, seu papel de mediador, orientador e organizador de experiências, contribuindo para a aprendizagem de seus estudantes, e de vivenciar uma prática motivadora e alinhada à educação do século XXI.

Nossa Fundação procura potencializar o que escolas do campo já têm, respeitando sua natureza e diversidade e oferecendo instrumentos para incrementar a ação de seus educadores. Assim, visando a apoiar e inspirar práticas de educadores que atuam na realidade do multisseriamento, a Coleção Classes Multisseriadas em Escolas do Campo foi idealizada pela Fundação Telefônica Vivo e realizada, coletivamente, com apoio do Instituto Chapada de Educação e Pesquisa (ICEP).

Esta coleção traz questões específicas de sala de aula e é composta por seis cadernos: 1. **Entendendo** suas origens apresenta histórico da educação escolar em contextos rurais. 2. Projetos de pesquisa sugere diálogo entre organização de conteúdo e pesquisa em sala de aula. 3. **Leitura e escrita** traz experiências de como transformar estudantes em leitores e produtores de texto. 4. **Gestão da sala de** aula estimula a organização de atividades em classes multisseriadas. 5. Jogos e brincadeiras propõe trabalhar o jogo como forma de vivência da infância. 6. Matemática estimula atitude de interesse e inquietação frente ao conhecimento da disciplina.

Além de conhecer os conteúdos oferecidos por esta coleção, convidamos você a fazer parte de nossa rede virtual de educadores, onde você poderá trocar e conhecer novas experiências. Acesse: www.fundacaotelefonica.org.br/escolasrurais

Desejamos uma inspiradora leitura!

My golinta Ste Gabriella Bighetti

Diretora Presidente Fundação Telefônica Vivo

# Apresentação

#### Por Priscila Monteiro

Sabemos que a Matemática ocupa lugar de destaque no currículo brasileiro, e que tem sido fonte de exclusão social. O êxito ou o fracasso escolar de muitas crianças de nosso país dependem fortemente de seu percurso nessa disciplina.

Este caderno foi pensado com o intuito de colaborar com a sua prática cotidiana para ensinar Matemática em turmas multisseriadas. Nossa intenção é ajudá-lo a pensar em maneiras que criem melhores condições para que todos se apropriem de um conjunto de conhecimentos e de um tipo de prática capaz de construir uma atitude de interesse e inquietação diante do conhecimento.

Para apoiar nossa reflexão, apresentaremos algumas experiências realizadas em turmas multisseriadas que adotam como perspectiva de ensino a "Didática da Matemática" francesa.

Selecionamos três experiências em torno dos eixos centrais do trabalho matemático no ensino fundamental: Números e Operações, Espaço e Forma e Grandezas e Medidas.

Ao longo do texto, indicaremos alguns links e materiais complementares para que você possa aprofundar seus estudos.

Vamos lá?

O desafio é criar condições para que toda a turma se aproprie do conhecimento matemático.



# Propostas pedagógicas

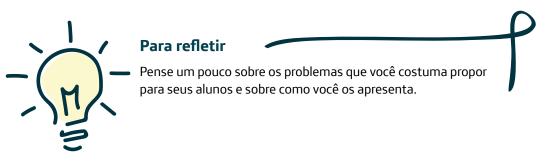
Durante muito tempo, a didática foi considerada como a "arte universal de ensinar tudo a todos", isto é, um método único para todas as disciplinas. No entanto, os seres humanos não adquirem todos os conhecimentos nas mesmas circunstâncias, nem segundo os mesmos processos, não é mesmo?

As didáticas específicas estudam os processos de produção de conhecimento escolar na relação entre professor, aluno e conteúdos próprios de cada disciplina. Nesse sentido, podemos dizer que é a matéria-prima do trabalho docente.



Em artigo para a revista Nova Escola, a pesquisadora argentina Delia Lerner fala sobre o trabalho solitário do professor e sobre o grande desafio que ele enfrenta para ensinar na diversidade e garantir condições para que todos os alunos aprendam. A autora destaca a enorme contribuição das didáticas específicas para entender a complexidade da atividade docente e reconhecer as múltiplas demandas que nela se entrecruzam.

Um dos principais pesquisadores da Didática da Matemática francesa, Guy Brousseau, afirma que o estudo de uma situação didática depende profundamente do conhecimento que é objeto do ensino. Para o autor, que iniciou sua carreira em 1953 como professor do ensino fundamental para uma turma multisseriada, saber Matemática não é apenas aprender definições e teoremas para que se possam reconhecer as ocasiões em que eles devem ser utilizados e aplicados. Segundo Brousseau, o trabalho do aluno pode ser, em alguns momentos, comparado à atividade científica: os problemas são o meio de provocar uma atividade matemática nos alunos.



## A resolução de problemas: uma perspectiva de ensino para a matemática

Atualmente, é consenso que a resolução de problemas é o coração da atividade Matemática. No entanto, essa expressão remete a diversos significados, muitas vezes contraditórios.

Na escola, o trabalho habitual com os problemas consiste em apresentar um exemplo para a turma e explicar um modelo de solução. Em seguida, propor que o aluno resolva novos problemas de estrutura e complexidade similares ao exemplo original. Por trás desse encaminhamento está a suposição de que, sem a explicação prévia do professor, os alunos não podem resolver nenhum problema e que basta explicar uma vez para que os alunos aprendam como resolvê-lo.

Na perspectiva da Didática da Matemática, um problema é o ponto de partida para a construção de uma noção matemática. É uma situação que os alunos podem enfrentar apoiando-se nos conhecimentos disponíveis e que demanda a produção de certas relações na direção de uma solução possível, mesmo que, inicialmente, incompleta ou incorreta.

Uma característica da atividade matemática é o desenvolvimento de um trabalho exploratório. Segundo Brousseau, o aluno aprende adaptando-se a um meio que oferece dificuldades, contradições e desequilíbrios, assim como faz a sociedade humana. O saber, fruto da adaptação do aluno, manifesta-se por novas respostas que são a prova da aprendizagem (Brousseau, 2008).

O fazer matemático envolve, também, determinar a validade dos resultados obtidos e das conjecturas produzidas, isto é, recorrer aos conhecimentos matemáticos para decidir se uma afirmação, uma relação ou um resultado são válidos ou não e sob quais condições. É necessário, então, que os alunos possam progressivamente se responsabilizar — usando diferentes tipos de conhecimentos matemáticos — pela verdade ou falsidade dos resultados que encontram e pelas relações que estabelecem. Determinar sob quais condições uma conjectura é correta ou não implica analisar se aquilo que se estabelece como válido



O problema é o ponto de partida para a construção da noção matemática.

8

para um caso particular funciona para qualquer outro caso ou não. Às vezes, é possível aplicar a validade de uma conjectura para todos os casos e, então, é possível elaborar uma generalização. Outras vezes, a conjectura é válida apenas para um conjunto de casos.

Por fim, uma última característica a destacar é a reorganização e o estabelecimento de relações entre diferentes conceitos já reconhecidos. Reordenar e sistematizar gera novas relações, novos problemas e permite produzir outros modelos matemáticos.

Acreditamos que, dessa forma, os alunos irão se apropriar dos conteúdos matemáticos e, também, dos modos de produção desses saberes. Para construir o sentido de um conteúdo, os alunos precisam enfrentar uma diversidade de problemas em torno de uma mesma noção matemática. Em vista disso, organizamos as situações propostas em sequências didáticas.

Agora, como trabalhar a resolução de problemas em salas de aula multisseriadas nessa perspectiva? Como gerar uma atividade de produção de conhecimento?

### A especificidade das salas multisseriadas

A classe multisseriada caracteriza-se por agrupar alunos que estão cursando diferentes séries (ou anos) de sua escolaridade com um mesmo professor. As condições para as elaborações infantis nas turmas multisseriadas são diferentes das condições de salas de aula padrão, pois é possível promover a atividade conjunta de crianças que cursam diferentes séries em uma mesma classe.



Grupos podem ser organizados em função dos saberes dos alunos e não do ano que cursam.

Devido ao seu modelo organizacional, nas classes multisseriadas acontecem fenômenos de maior interesse para o estudo da aprendizagem, como a exposição das crianças a conteúdos e a atividades de anos mais avançados da escolarização, ou a interação cotidiana com colegas que atuam com conteúdos escolares de maior complexidade (Santos, 2006).

No caso do sistema de numeração, por exemplo, uma criança que está aprendendo conteúdos vinculados à interpretação e produção da numeração escrita participa das aulas de matemática organizadas em torno de conteúdos numéricos dirigidos a seus colegas de outras séries, como o valor posicional dos números ou as relações numéricas ocultas nos algoritmos ("conta armada") das operações aritméticas.

Como podemos ver, a interação entre as crianças e a socialização do grupo, considerando os diferentes níveis de aprendizagem dos alunos, é a grande riqueza das turmas multisseriadas.

Para aproveitar dos benefícios da colaboração entre pares é possível planejar situações de ensino em que os alunos possam provar, ensaiar, tomar decisões, abandonar, confrontar seus procedimentos com os de seus colegas, discutir sobre a economia e a precisão de uma estratégia, validar ou questionar seu próprio ponto de vista, enfim, produzir conhecimento matemático.

O desafio é grande, uma vez que boa parte do conhecimento didático com o qual contamos foi produzido em contextos de escolas urbanas e está estruturado segundo a lógica da escolarização graduada e ordenada por idades.

Nos relatos de experiência, vamos ver como alguns professores conseguiram organizar o trabalho para favorecer a interação entre os alunos em função de uma temática comum, do uso de um mesmo recurso ou, ainda, da solução coletiva de alguma situação que interesse a todos.

Nessas situações, os grupos de trabalho foram constituídos em função dos saberes dos alunos relativos a um tema, e não em função do ano que cursam.

## Aprender a jogar e aprender matemática: duas faces da mesma moeda

Priorizamos neste caderno os relatos de práticas organizadas em torno de jogos, um tipo de atividade que promove interações entre crianças que se encontram em distintos pontos de sua escolaridade e, por isso, têm saberes diferenciados.



#### Na coleção

Para saber mais sobre como os jogos e as brincadeiras constituem o universo infantil e como podem ser utilizados na escola, leia o caderno Jogos e Brincadeiras. Também disponível on-line no site www.fundacaotelefonica.org.br

À primeira vista, a natureza lúdica do jogo, com sentido e fim em si mesmo, pode parecer contraditória à proposta de utilizá-la como ferramenta de ensino. Entretanto, o jogo pode ser entendido como uma situação que atrai as crianças e envolve um processo de busca autônoma. Nessa situação, o aluno não precisa ser guiado diretamente pelo professor, pois assume como próprio o problema apresentado: o único meio que ele tem para assegurar uma estratégia vencedora é utilizando o próprio conhecimento.

O jogo possibilita a elaboração de estratégias pessoais e a construção de saberes em uma situação coletiva.

Nesse sentido, os jogos podem ser um contexto privilegiado para gerar uma atividade matemática, na qual os alunos resolvam problemas, elaborem estratégias próprias, discutam com os colegas, justifiquem seus procedimentos e resultados, confrontem suas produções com as dos outros e aceitem críticas e outros pontos de vista.

Segundo Macedo, Petty e Passos (2005), o jogo apresenta, ao mesmo tempo, novos desafios e uma repetição, uma vez que os materiais e as regras são sempre os mesmos. Aprender significa avançar, mas, também, voltar sobre o aprendido. Essas "idas e vindas" sobre uma mesma situação permitem que a criança aprenda não apenas a jogar com seus pares, mas, também, a construir conhecimento dentro de uma situação coletiva, que envolve elaborar estratégias pessoais, refletir sobre elas e reformulá-las para jogar cada vez melhor.

No jogo, cada jogador apoia-se

em seus próprios conhecimentos, crianças com distintos saberes jogam com diferentes estratégias. Além do mais, a organização em pequenos grupos ou duplas favorece intercâmbios entre eles. Dessa forma, em turmas multisseriadas é possível formar grupos heterogêneos e trabalhar mesclando alunos de todos os anos, para que interajam entre si e com os conteúdos envolvidos nos jogos.

Os diferentes tipos de jogos podem, sob certas condições, promover resolução de variados problemas envolvendo diferentes conteúdos. Alguns exigem contar oralmente, outros requerem comparar quantidades, avançar nas casas conforme indica o dado, somar os pontos dos dados, comparar ou somar cartas, anotar e somar pontos, etc. Vamos observar mais detalhadamente uma experiência organizada em torno de diferentes jogos.

#### O professor tem um papel fundamental nesse processo. É ele que:

- Seleciona os jogos que serão propostos, como parte das atividades planejadas, em função de objetivos e conteúdos didáticos:
- observa as crianças durante o jogo, analisando como organizam suas ações, os conhecimentos que mobilizam e que tipo de estratégia usam;
- elabora situações-problema, considerando as experiências vivenciadas pelas crianças durante o jogo;
- prevê momentos para que cada criança tenha um tempo de trabalho pessoal;
- sistematiza os conhecimentos construídos.



#### Para refletir

O que um jogo precisa ter para ser utilizado no ensino da Matemática? O que as crianças podem aprender?

## O jogo como instrumento para propor problemas matemáticos

Em 2009, assumi uma turma multisseriada de alunos do 1º ao 5º ano, na zona leste de São Paulo. Para iniciar o trabalho com adições e subtrações, decidi organizar alguns jogos com dados. O primeiro jogo proposto foi "Quem fez mais pontos?". Trata-se de um jogo simples em que cada jogador lança os dados e anota quantos pontos obteve. Ao final de três rodadas, ganha quem obtiver mais pontos.

Organizei a turma em grupos de quatro e entreguei para cada grupo dois dados, lápis e papel para anotarem em seus pontos. Durante a partida, eu circulava entre os grupos, observando e registrando os procedimentos de resolução que cada aluno utilizava para somar o total de pontos dos dados, para que, posteriormente, pudesse ajudá-los a refletir sobre como poderiam avançar.

Escrever é uma ferramenta útil no momento do planejamento de novos jogos. A escrita proporciona um acervo de ideias, problemas e situações que enriquecem o ensino, especialmente se houver âmbitos institucionais em que seja possível compartilhar esses registros.

Alguns alunos que nunca haviam jogado os dados e não conheciam sua configuração recorriam à contagem para somar os pontos. Para minha surpresa, não eram apenas os do 1º ano que realizavam esse procedimento, mas, também, alunos do 2º, 3º e um aluno do 4º ano.

Algumas crianças contavam ponto por ponto de cada um dos dados para conseguirem calcular o resultado. Outras partiam da quantidade de um dos dados, pois reconheciam sua configuração, e contavam os pontos do segundo. E havia as que só olhavam para o resultado e diziam o total.

Organizei, então, um momento coletivo de troca para que explicassem seu procedimento, observassem e experimentassem o utilizado pelos colegas. As crianças ficaram muito entusiasmadas com o jogo, queriam continuar jogando, inclusive, no horário do intervalo. Depois de aproximadamente duas semanas, mais da metade da turma já identificava as faces dos dados e somava sem necessidade de contar os pontos.

Nas sequências organizadas em torno do trabalho com jogos, é importante, também,



Nos jogos, também existe espaço para o desenvolvimento pessoal de cada estudante.

prever um momento inicial em que cada criança tenha um tempo de trabalho pessoal (Sadovsky, 2005) para elaborar suas próprias respostas às tarefas, a fim de que o intercâmbio grupal se realize sobre conhecimentos que todos tiveram a oportunidade de elaborar. Segundo Patricia Sadovsky, especialista argentina em Didática da Matemática, trata-se de gerar na aula um ambiente de produção em que haja espaço para o desenvolvimento pessoal dos estudantes. "Os processos de produção de cada aluno comportam zonas privadas que poderiam ter lugar no marco de uma aula pensada como comunidade de produção" (Sadovsky, 2005: 92).



Para que os alunos pudessem ter a oportunidade de realizar um trabalho pessoal, refletindo sobre as ações empreendidas e sobre os conhecimentos mobilizados, organizei um momento de problematização dos registros realizados para a anotação dos pontos. Dessa forma, os alunos poderiam trabalhar no plano da reflexão sobre uma situação que trabalharam no plano da ação. Alguns anotavam seus pontos com risquinhos, outros colocavam os números que iam tirando a cada jogada e somavam no final e outros, ainda, anotavam o total somando mentalmente.

No primeiro momento, organizei dois registros diferentes em uma folha e, sem colocar o nome dos alunos que os produziram, propus que eles discutissem, em duplas, quem ganhou e como se deram conta disso.

Criança 1	Criança 2	
1111111	1-2-3-4-5-6-7	

A comparação desses registros permitiu que as crianças conversassem a respeito das informações que se podem obter deles. As crianças observaram, por exemplo, que tanto os números como os risquinhos comunicam quantidades. Mas, para saber quem ganhou, no registro de risquinhos sempre é preciso contar.

Posteriormente, propus que comparassem outros registros:

Criança 3	Criança 4	Criança 5
3 4 3	267	1+0+3=4

Nessa ocasião, foi possível discutir a utilização dos algarismos, o uso do zero na ausência de pontos, o controle do número de jogadas pelo registro, a indicação do total e a forma de determinar o vencedor.

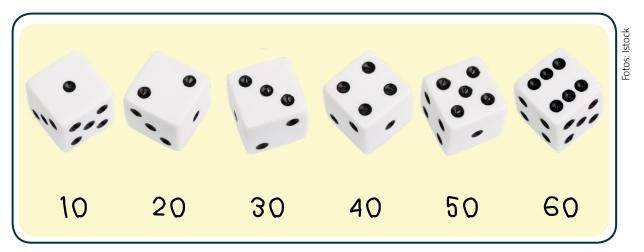


#### Para ir além

Você pode ler o artigo "O sistema de numeração: um problema didático", Delia Lerner, Patricia Sadovsky e Susana Wolman, no capítulo 5 do livro "*Didática da Matemática*", 1996, publicado pela editora Artmed.

Depois de alguns encontros, reorganizei os grupos e propus desafios diferentes para cada um, modificando as regras, o material e, assim, a complexidade do jogo. Alguns grupos continuaram a jogar com apenas um dado, para outros agreguei mais dados. Para os demais, propus uma variação nas regras, a fim de que refletissem sobre os aspectos multiplicativos envolvidos na notação numérica. Para isso, escolhi um jogo descrito por Delia Lerner, Patricia Sadovsky e Susana Wolman no artigo "O sistema de numeração: um problema didático".

Nesse jogo se estabelece que cada ponto do dado vale dez. Assim, as crianças, organizadas em grupos, lançam o dado e anotam os pontos obtidos. É possível utilizar um ou mais dados, de acordo com os desafios que se pretende propor. Tal como no jogo anterior, para contar os pontos as crianças utilizaram diversos procedimentos.



Um cartaz como esse ficou fixado na parede da sala.

Depois de mais duas semanas, apresentei ao grupo um novo jogo, o Feche a Caixa.

O Feche a Caixa é um antigo jogo muito popular entre os marinheiros da Normandia e regiões litorâneas da França e Inglaterra há mais de 200 anos.

Utilizam-se dois dados e nove cartas numeradas de 1 a 9. Inicia-se o jogo com os números de todas as cartas expostos. O primeiro jogador lança os dados e soma os pontos obtidos. Poderá, então, virar



#### Para ir além

O jogo Feche a Caixa também pode ser acessado e baixado em seu computador no site da revista "Nova Escola". Acesse: http:// revistaescola.abril.com.br



a carta que tenha o número que representa o valor total da soma dos dados, ou virar qualquer par de cartas que tenham números cuja soma seja igual à que saiu nos dados. Por exemplo, se o jogador tirar 4 e 3 nos dados, poderá virar a carta com o número 7, ou as cartas de número 1 e 6, ou as de números 2 e 5 ou, ainda, as cartas 3 e 4.

Em seguida, o jogador lança novamente os dados, repetindo o procedimento, considerando, agora, apenas os números abertos (quando as cartas 7, 8 e 9 forem viradas, joga-se com apenas um dado). Quando o total de pontos obtidos nos dados não permitir virar mais nenhuma carta, o jogador soma os valores que continuam expostos (os números das cartas abertas). O próximo jogador abre novamente todas as cartas e inicia sua jogada. Quando um jogador somar 45 pontos, estará fora da partida.

#### Escolhi o Feche a Caixa porque envolve a adição nas seguintes situações:

- Após jogar os dados, o jogador precisa calcular o total de pontos. Por exemplo, se saem nos dados os números 3 e 4, terei 7;
- em seguida, o jogador precisa analisar as possibilidades de que dispõe nas cartas abertas para formar o resultado total dos dados. No caso do 7, poderia fechar o próprio 7 ou 3 e 4 ou 5 e 2 ou 6 e 1 (pode virar, no máximo, duas cartas);
- ao final do jogo, é preciso calcular o total de pontos das cartas que ficaram abertas, realizando, assim, adição de mais de duas parcelas. Por exemplo, se um jogador termina o jogo com as caixas 2, 3, 6 e 8 abertas, terá 19 pontos.

Minha intenção, ao propor esse jogo, era que os alunos ampliassem os resultados da adição que conheciam de memória e pudessem utilizá-los como apoio para adicionar mentalmente mais de duas parcelas.

Organizei as crianças em grupos de cinco e entreguei para cada grupo, junto com o material do jogo, as regras correspondentes. Novamente, durante o jogo eu circulava pela classe, observando como transcorria a partida, esclarecendo dúvidas que apareciam em relação às regras e retomando-as quando necessário. Como já era esperado, a leitura das regras não foi suficiente para que as crianças compreendessem todas elas. Algumas lançavam apenas uma vez os dados, viravam uma ou duas cartas e passavam a vez para o colega, seguindo a estrutura da maioria dos jogos. Quando isso ocorria, eu esclarecia que elas deveriam jogar até não ser mais possível virar as cartas.

No meu caderno, ia anotando os procedimentos utilizados pelas crianças para calcular os pontos obtidos nos dados e quais cartas viravam em seguida. Observei que muitas crianças viravam as cartas de acordo com os números obtidos em cada um dos dados. Por exemplo, se obtinham 2 e 3 nos dados, viravam as cartas 2 e 3. Também era comum virar a carta correspondente ao total obtido nos dois dados. No nosso exemplo, a 5. Depois de virar as cartas correspondentes a cada um dos dados ou ao total obtido, notei que muitas crianças não "enxergavam" outras possibilidades para compor o número. Ainda no exemplo, se as cartas 2, 3 e 5 estivessem viradas e elas obtivessem 5 nos dados, não consideravam a possibilida-

de de virar as cartas 1 e 4. Isso acontece porque, nesse tipo de cálculo, é preciso fazer e desfazer mentalmente uma quantidade, isto é, juntar a quantidade que saiu nos dados para depois decompô-la novamente. Para ajudá-las a refletir sobre esse aspecto, eu dizia: "Existe outra possibilidade, reflita e converse com seus colegas para encontrar qual é".

Em meu registro pessoal, anotava ao lado do nome de cada criança o procedimento utilizado por ela para calcular seus pontos no final de sua jogada. Como não conseguia observar todas as crianças em um mesmo dia, dedicava-me a dois ou três grupinhos por vez, pois sabia que anotar como as crianças calculam é importante para que seja

GARRAFA GARRAFA GARRAFA VERDE AMARELA AZUL

Os jogos podem estimular diferentes competência. Cabe ao professor escolher as mais adequadas.

possível avaliar suas aprendizagens no final da sequência de trabalho.

Depois de as crianças estarem familiarizadas com o jogo, organizei, assim como nos outros jogos, um momento para refletir sobre ele e analisar as diferentes possibilidades para se obter um mesmo resultado.

As situações-problema – a partir de situações observadas no jogo – são uma estratégia que possibilita focalizar determinados conteúdos sobre os quais se quer que as crianças pensem. Para ampliar e sistematizar alguns resultados conhecidos de memória, propus o seguinte problema:

> Na minha primeira jogada do Feche a Caixa, obtive 4 e 6 nos dados. Quais cartas posso virar? Existe apenas uma possibilidade ou mais de uma?

Para resolver essa tarefa, as crianças trabalharam individualmente em um primeiro momento e anotaram a resposta em uma folha de papel. Como era de esperar, algumas crianças só consideraram uma possibilidade – por exemplo, as cartas 4 e 6.

Depois, organizei a turma em duplas para que compartilhassem as possibilidades encontradas. Ao confrontar sua produção com a dos colegas, passaram a considerar outras possibilidades.

Em seguida, organizei um momento coletivo para socializar o trabalho das duplas. Anotei em um cartaz as possibilidades encontradas pelas crianças e afixei na parede da classe para que pudessem retomá-lo sempre que sentissem necessidade.

Nesse momento, foi possível discutir, também, outros aspectos interessantes. Uma dupla afirmou que 5 + 5 é igual a 10 e as demais diziam que não há duas cartas 5 no jogo. Para fechar a discussão, perguntei se todos concordavam que 5 + 5 é 10 e que no jogo não há duas cartas 5, isto é, descontextualizamos o conhecimento para, em seguida, voltarmos ao contexto do jogo. Outra discussão girou em torno da propriedade comutativa da adição. Um grupo anotou 8 + 2 = 10 e outro 2 + 8 = 10. As duplas sugeriam que incluíssemos no cartaz a possibilidade encontrada. Os alunos discutiram que para ambas as anotações as cartas que seriam viradas seriam as mesmas. Por fim, nosso cartaz ficou assim:

Se você tirar 10 nos dados pode fechar as seguintes cartas			
1 e 9	ou	9 e 1	
2 e 8	ou	8 e 2	
3 e 7	ou	7 e 3	
4 e 6	ou	6 e 4	
5 + 5 também dá 10, mas não há duas cartas 5 no jogo.			

Em outros momentos, propus que as crianças ampliassem o cartaz, fazendo o mesmo para outros totais que poderiam ser obtidos ao somar dois dados.

Planejei, também, situações fictícias do jogo, focadas no momento da contagem final de pontos, para que as crianças refletissem sobre a adição de mais de uma parcela. Propus o seguinte problema:

Ao terminar uma partida de Feche a Caixa, ficaram abertas as seguintes cartas: 123 789 Quantos pontos esse jogador fez? Explique como você calculou.

As crianças resolveram esse problema de diferentes formas, de acordo com seus conhecimentos e preferências:

Criança 1	Criança 2	Criança 3
1+9 = 10	1+2 = 3	8+1 = 9
2+8 = 10	3+3 = 6	9+9 = 18
3+7 = 10	6+7= 13	18+2 = 20
10+10+10 = 30	13+8 = 21	7+3 = 10
	21+9 = 30	10+20 = 30

Mais uma vez, no momento de discussão coletiva, compartilhei as produções e analisamos, entre todos, as relações entre elas.

Outro problema proposto foi o seguinte:

Ao terminar uma jogada ficaram abertas as cartas 6 - 7 - 8 - 9. Calcule quantos pontos o jogador fez nessa jogada. Explique como pensou.

Aqui, as crianças também utilizaram diferentes procedimentos. Muitas apoiaram-se nos dobros.

#### Algumas calcularam:

6 + 9 = 15: 7 + 8 = 15 e 15 + 15 = 30

#### Outras consideraram o dobro de 6 e acrescentaram 1:

Se 6 + 6 = 12, então 6 + 7 = 13. E se 8 + 8 = 16, então 8 + 9 = 17; 13 + 17 = 30.

Ao comparar os diferentes procedimentos utilizados e analisar o que eles têm em comum e o que têm de diferente, as crianças puderam decidir com maior autonomia sobre quais queriam utilizar para calcular o total de pontos.

As situações de sistematização coletiva eram alternadas com novas situações de jogo. Assim, eu podia observar se as crianças utilizavam a análise das situações-problema no momento do jogo.

Depois de jogar várias vezes um mesmo jogo, é possível propor um debate sobre "O segredo dos jogos". Esse projeto foi proposto por Sarlé, Rodríguez Sáenz e Rodríguez com o objetivo de aproximar as crianças do mundo dos jogos de regras, possibilitando o descobrimento do que implica ser um jogador habilidoso. O debate girava em torno de quais são os segredos dos distintos jogos: o que é preciso saber para poder jogá-los, o que sabe um jogador que joga bem etc.

Esse debate tem por objetivo promover o esclarecimento de questões relativas aos conteúdos matemáticos envolvidos nos jogos. Por exemplo, questões ligadas às regularidades do sistema de numeração que, em um contexto habitual de jogo, não se explicitariam.

O conhecimento das regras de um jogo não garante a compreensão de seu sentido lúdico.

Quando se aprende um novo jogo, apontam as autoras, é produzida uma primeira apropriação, que permite ao jogador adequar-se "ao que é preciso fazer" e começar a jogar. Porém, não necessariamente ele aprenderá a jogá-lo de forma plena. "Isso significa que conhecer a regra não garante a compreensão do sentido lúdico do jogo. A regra esconde um 'segredo' que só se alcança colocando-se em jogo de maneira reiterada e consciente" (Sarlé, Rodríguez Sáenz y Rodríguez, 2010: 21).

Como é possível notar, não se trata apenas de jogar ou de formular as regras do jogo, mas, sim, de outro nível de trabalho intelectual dirigido a desvelar os conhecimentos que tornam alguém experiente em um determinado jogo.

### O trabalho com espaço e forma: um exemplo

Assim como no trabalho com números e operações, o trabalho com espaço e forma também envolve a resolução e análise de um conjunto de problemas. Uma possibilidade para que as crianças explorem, identifiquem e sistematizem algumas propriedades de figuras e corpos geométricos é o ditado de figuras.

Esse tipo de atividade permite colocar em jogo estratégias de comunicação que tornam necessário o estabelecimento de códigos comuns. As crianças precisam interpretar orientações em linguagem coloquial com informação matemática, a fim de produzirem, com a maior precisão possível, as figuras que serão "ditadas" pelo professor apenas a partir de suas descrições, sem as nomear. A tarefa requer que os alunos identifiquem algumas das características que diferenciam as figuras umas das outras, independentemente de seu nome convencional.

Em geral, na primeira tentativa, os alunos não conseguem reproduzir a figura, já que elas apresentam, intencionalmente, certo nível de desafio. Por isso, essa não é uma atividade isolada: os alunos devem enfrentar esse tipo de problema ao longo de várias aulas, de tal modo que a análise das dificuldades e dos erros se constitui em aprendizagens.

Vejamos um exemplo: para iniciar a sequência de atividades, a professora de um grupo de crianças de 1º ao 5º ano organizou a turma em duplas e entregou uma folha de papel e um conjunto de figuras geométricas simples, feitas em cartolina, para cada uma das duplas. As figuras variavam apenas em relação

à forma, para que as crianças não se referissem a elas por outro atributo, como cor. Para que os alunos se familiarizassem com o tipo de proposta, em um primeiro momento a professora ficou responsável por dar as instruções a partir das quais eles teriam que produzir a figura:

## **Figura** Instruções dadas pela professora · Coloquem um círculo sobre a folha. • Coloquem um quadrado abaixo do círculo. • Coloquem um retângulo à esquerda do quadrado, fazendo que um lado grande do retângulo fique apoiado sobre um lado do quadrado. • Coloquem outro retângulo à direita do quadrado, fazendo que um lado pequeno do retângulo fique apoiado sobre um lado do quadrado. • Coloquem dois triângulos juntinhos abaixo do quadrado, de maneira que fiquem com o lado menor colado ao quadrado e com a ponta para baixo.

A discussão coletiva buscou comparar a figura original às cópias e analisar a clareza das instruções.

Na segunda etapa da sequência, os alunos passaram a ser os responsáveis por emitir as instruções, elaborando-as por escrito para, depois, poder retomá-las e revisá-las.

A modificação de algumas variáveis mudou consideravelmente a complexidade do problema:

- os instrumentos utilizados para realizar a construção: figuras previamente recortadas ou o uso de régua e esquadro para desenhar a figura ditada pelo colega;
- o tipo de papel: papel liso, com linhas ou quadriculado;
- as características do modelo: a diversidade de figuras;
- o uso de um sistema de coordenadas traçado sobre a folha;
- a utilização de softwares de geometria dinâmica.

Considerando essas variáveis, a professora propôs a mesma atividade para todo o grupo, mas com níveis de complexidade diferentes.

A turma foi organizada em pares e cada um trabalhou em parceria com outra dupla (dupla A e dupla B). Cada dupla recebeu uma construção com figuras geométricas que a outra desconhecia e precisava elaborar instruções para que os colegas pudessem montar a figura sem vê-la. Ficou combinado que as mensagens não podiam ter desenhos, para que os alunos se esforçassem em exprimir as relações em palavras.

Ao terminarem o desenho, as duplas comparavam-no com a figura original e analisavam se as instruções estavam claras, se foram ambíguas ou incompreensíveis. Para verificar se as figuras estavam iguais, algumas crianças sobrepunham seu desenho ao original. É fundamental incentivá-las a validar processos, ação importante para o desenvolvimento da capacidade de autoavaliação e conquista de autonomia.

Outras duplas, que trabalhavam com figuras mais complexas, validavam seus procedimentos por meio de argumentação.

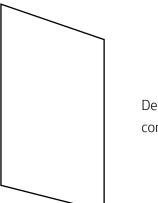




O trabalho com espaço e forma também envolve resolução de problemas.

Classes Multisseriadas em Escolas do Campo

Para descrever a figura abaixo, uma dupla enviou a seguinte mensagem:



Desenhe um paralelogramo com lados de 6 cm e 3 cm.

A discussão girou em torno da consciência de que, com essa descrição, é possível desenhar diversos paralelogramos. A utilização do software Geogebra permitiu testar diferentes possibilidades de construção.



Da perspectiva dos alunos, a discussão coletiva e a análise dos erros são ocasiões para "jogar melhor da próxima vez". Do ponto de vista do professor, o trabalho coletivo posterior ao jogo é a oportunidade para analisar as propriedades, as definições e o vocabulário. Por isso, ao final da aula, a professora registrou em um cartaz as conclusões:

- se for um quadrado, não precisa dizer que tem quatro lados nem que tem a mesma medida;
- de agora em diante, em vez de dizer ponta ou bico, vamos dizer vértice.

### Uma possibilidade para explorar as unidades de medidas

Conhecer a moeda corrente do país é imprescindível para a integração social de qualquer pessoa. As investigações sobre conhecimento social apontam que as operações de compra e venda têm certa complexidade conceitual para os alunos.

Do ponto de vista da Matemática, o contexto de compra e venda (que envolve pagamentos e trocos) é um meio propício para propor diferentes tipos de problemas, envolvendo as operações básicas para as crianças dos anos iniciais, situações de proporcionalidade para os alunos dos anos intermediários e aspectos mais complexos, como as compras a prazo com porcentagens de juros ou de desconto para os alunos dos anos mais avançados.

Se o contato das crianças com experiências de compra e venda não for frequente, é ainda mais necessária a apresentação intencional e organizada desse tema no âmbito escolar. Uma conversa com o grupo de alunos pode ajudar a conhecer qual foi o seu contato prévio com a moeda. É provável que algumas crianças precisem inicialmente explorar notas e moedas. Assim, é possível organizar diversos "comércios" – venda, livraria ou artigos de papelaria – em que as crianças alternem o papel de vendedor e de comprador.

Conhecer a moeda corrente do país é imprescindível para a integração social de qualquer pessoa.

Nessas situações, as crianças poderão organizar a caixa registradora separando notas e moedas de forma decrescente. Utilizando a calculadora, elas também poderão contar e recontar as notas, fazer a conferência diária do caixa e anotar quantas notas há de cada valor, além de pagar os produtos comprados, utilizando notas de distintos valores.

O tipo de nota distribuída para as crianças também é uma variável que precisa ser considerada. Se oferecermos, por exemplo, apenas notas de R\$100, obrigatoriamente será preciso dar troco e variar as estratégias de cálculo. Os preços podem ser marcados em real e, também, em real e centavos, dependendo Ao organizar uma feirinha, por exemplo, é possível explorar as unidades de medidas locais, como litro de farinha, cuia, bacia, maço, e analisar as equivalências com as unidades de medidas convencionais.

do conhecimento do uso da moeda dos diferentes grupos de crianças da turma. E, ao incluir a venda de eletrodomésticos com diferentes quantidades de parcelas e com descontos, pode-se introduzir o cálculo do total e de juros.

Um professor de uma turma multisseriada no interior de São Paulo organizou uma venda com embalagens vazias de diferentes produtos e as crianças usavam reproduções de notas e moedas vigentes no país para realizar suas compras. Ao longo da situação, alguns alunos precisavam do apoio de outros mais experientes

para controlar os pagamentos, calcular e compor o troco e fazer a relação dos produtos vendidos no dia. Em certo momento. o professor criou um "banco", que ficou sob a responsabilidade dos alunos, para que as crianças pudessem trocar seu dinheiro quando não tinham o valor justo para pagar: por exemplo, quando queriam pagar R\$4,75 com uma nota de 10 reais.

Além disso, é possível planejar situações de compra e venda para propor problemas variados relativos às grandezas e medidas. Ao organizar uma feirinha, por exemplo, é possível explorar as unidades de medidas locais como litro de farinha, cuia, bacia, maço e analisar as equivalências com as unidades de medidas convencionais.

Nessas situações, é possível questionar as crianças: dentro de cada bacia há sempre a mesma



A interação entre crianças com diferentes saberes colabora para potencializar suas aprendizagens.



A pesquisa com unidades de medidas pode começar com aquelas que são mais significativas para as crianças.

quantidade? Um litro de farinha é o mesmo que um quilo de farinha? Para responder a essas perguntas, as crianças precisarão se envolver em uma atividade de medição efetiva, isto é, medir e comparar os resultados.

Vale propor que as crianças pesquisem na comunidade as unidades de medidas utilizadas. Por exemplo, muitos produtores de tarrafas, vassouras e canoas utilizam o palmo para medir o tamanho.



#### Para ir além

Consulte a reportagem "Como são medidas as quantidades na feira?", da revista Nova Escola em http://revistaescola.abril.com.br

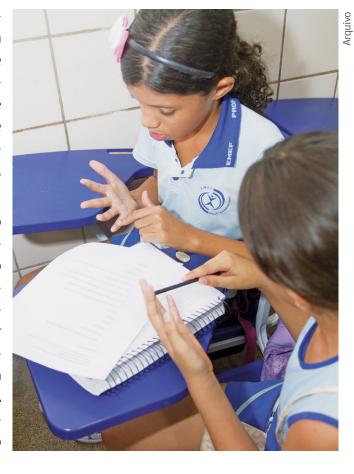


Outro aspecto a atentar é que, na maioria das vezes, medir requer a divisão da unidade de medida escolhida. Dessa forma, a realização de medições de capacidade e massa promove a circulação de algumas representações fracionárias e decimais. A inclusão desse conteúdo torna a atividade bem mais complexa. Assim, é possível propor que parte do grupo resolva problemas envolvendo números inteiros, enquanto outra trabalhe com decimais.

# Conclusão

A resolução de problemas é central no ensino de Matemática, mas precisa ser vista com um novo olhar pelo professor, especialmente quando ele assume uma classe multisseriada. Mais do que apresentar um exemplo de problema e sua respectiva solução, seguida de uma série de exercícios semelhantes, trata--se de estimular o pensamento matemático, construído na troca de diferentes saberes.

Ao contrário da prática tradicional, a resolução do problema não é apenas a meta final; é somente o ponto de partida para a construção de uma noção matemática, que se desenvolve a partir da pesquisa, da elaboração de hipóteses e da partilha. O educador que conseguir visualizar a Matemática a partir dessa perspectiva encontrará na classe multisseriada um campo especialmente fértil de trabalho. A interação entre os alunos, em grupos heterogêneos, proporciona uma experiência muito mais rica e efetiva.



Para quem está habituado a um tipo de ensino verticalizado, pode parecer que nessa proposta apresentada, mais interativa e comunitária, há menor participação do professor. Nada mais enganoso! A diferença é que, em vez de transmissor, o professor será um facilitador da construção do pensamento matemático — e esse papel exigirá um planejamento rigoroso das atividades propostas, observação dos alunos durante as tarefas e sistematização dos conhecimentos construídos. É um desafio que exigirá esforço e dedicação. Mas, temos a certeza, muito mais satisfação profissional e pessoal.

# Bibliografia consultada

AGRASAR, M. e CHARA, S. Juegos en Matemática EGB: el juego como recurso para aprender. Ciudad de Buenos Aires: Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación, 2004. (http://www.noveles.edu.uy/juego\_recursos\_matematicas1.pdf e http://www.noveles.edu.uy/juego\_recursos\_matematicas2.pdf).

BROUSSEAU, G. Fundamentos e Métodos da Didáctica da Matemática. In: Brun, J. (direção) Didáctica das Matemáticas. Lisboa: Instituto Piaget, 1996.

\_\_\_\_\_. Introdução ao estudo das situações didáticas – Conteúdos e métodos de ensino, São Paulo: Ática, 2008.

CARRAHER, D.; CARRAHER, T.; SCHILIEMANN, A. Na vida dez, na escola zero. São Paulo: Cortez, 2003.

ESCOBAR, M. e SANCHA, I. Enseñar Matemática en la escuela primaria, Buenos Aires: Tinta Fresca, 2006.

EZPELETA MOYANO, J. Algunos desafíos para la gestión de las escuelas multigrado, Revista Iberoamericana de Educación, vol. 15, pp. 101-120, 1997. www.campus-oei.org/oeivirt/rie15a04.htm

FERNYHOUGH, Ch. "Dialogic Thinking". In Winsler, A., Fernyhough, Ch. & Monteo, I. (editors), Private Speech, Executive Functioning, and the Development of Verbal self-regulation. New York: Cambridge University Press, 2009.

GOBIERNO DE LA CIUDAD DE BUENOS AIRES. Matemática: documento de trabajo nº 5. La enseñanza de la geometria em el segundo ciclo. Cecilia Parra, Claudia Broitman, Horacio Itzcovich e Patricia Sadovsky, 1998. (http://www.sermaestro.com.ar/doc5.pdf).

HARGREAVES, E., MONTERO, C., CHAU, N., SIBLI, M. & THANH, T. Multigrade teaching in Peru, Sri Lanka and Vietnam: an overview. International Journal of Educational Development, vol. 21, pp. 499–520, 2001.

LERNER, D. Como o trabalho compartilhado entre os docentes favorece o aprendizado dos alunos, artigo publicado em Especial Artigos, Nova Escola, 2012. (http://revistaescola.abril.com.br/formacao/delia-lerner-trabalho-compartilhado-docentes-646238.shtml).

\_\_\_\_\_\_. É preciso dar sentido à leitura. Entrevista publicada em Nova Escola, edição 195, 2006. (http://revistaescola.abril.com.br/lingua-portuguesa/pratica-pedagogica/preciso-dar-sentido-leitura-423530.shtml).

LERNER, D.; SADOVSKY, P. O Sistema de Numeração: um Problema Didático. In: Parra, C.; Saiz, I. (comp.): Didática da Matemática: Aportes e Reflexões. Porto Alegre: Artmed, 1996.

# Bibliografia consultada

MACEDO, L. Ensaios Pedagógicos: como construir uma escola para todos? Porto Alegre: Artmed, 2005.

PANIZZA, M. e cols. Ensinar Matemática na Educação Infantil e nas séries iniciais: análise e propostas, Porto Alegre: Artmed, 2006.

SADOVSKY, P. O ensino de Matemática hoje. Enfoques, sentidos e desafios. São Paulo: Ática, 2010.

SANTOS, L. Didáctica multigrado: la circulación de los saberes en una propuesta diversificada. Quehacer Educativo, vol. 75, pp. 22-32. Montevideo: Federación Uruguaya de Maestros, 2006.

SARLÉ, P., RODRÍGUEZ SÁENZ, I. e RODRÍGUEZ, E. Juego reglado. Un álbum de juegos. Buenos Aires: Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura, 2010. (www.unicef.org/argentina/spanish/Cuaderno\_4\_Juego\_Regrado.pdf).

TERIGI, F. "La invención del hacer. Estudio cualitativo sobre la organización de la enseñanza en plurigrados de las escuelas primarias rurales". In: Revista del Instituto de Investigaciones en Ciencias de la Educación, año XVII, nº 2, pp. 75-88, 2010.

\_\_\_\_\_. El aprendizaje del sistema de numeración en el contexto didáctico del plurigrado. Estudio de la adquisición del sistema de numeración en niños y niñas que inician su escolaridad primaria en secciones múltiples en escuelas rurales argentinas. Tesis doctoral aprobada. Dirigida por el Dr. Juan Antonio Huertas. Universidad Autónoma de Madrid. Facultad de Psicología. Departamento de Psicología Básica. Programa de Doctorado "Desarrollo Psicológico, Aprendizaje y Educación", 2013.

UTTECH, M. Imaginar, facilitar, transformar. Una pedagogía para el salón multigrado y la escuela rural. Barcelona: Paidós, 2001.

WOLMAN, S. La enseñanza de los números en el nivel inicial y en el primer año de la EGB. In: KAUFMAN, A. M. (org.) Letras y números: alternativas didácticas para jardín de infantes y primer ciclo de la EGB. Buenos Aires: Santillana. 2000.



#### Para ir além

Acesse a plataforma do Escolas Rurais Conectadas, participe de cursos gratuitos, conheça experiências e contate outros educadores:

www.fundacaotelefonica.org.br/escolasrurais



Esta coleção é uma das iniciativas do Programa Escolas Rurais Conectadas. Faça parte da rede de educadores do Programa. Você poderá compartilhar ideias, conhecer novas experiências, e encontrar oportunidades de formação gratuitas.

Acesse: www.fundacaotelefonica .org.br/escolasrurais

Fundação Telefônica

www.fundacaotelefonica.org.br/escolasrurais